

घातांक और घात

इस अध्याय के सभी महत्वपूर्ण प्रश्न – उत्तर सहित। पहले खुद हल करने की कोशिश करो, फिर उत्तर मिलाओ।

अभ्यास प्रश्न-उत्तर (हर टॉपिक से)

» घातांकों की भूमिका और ऋणात्मक घातांकों का परिचय

प्रश्न 1 (आसान). 3^2 का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर – 1/9

प्रश्न 2 (आसान). 2 को धनात्मक घातांक के रूप में लिखिए।

उत्तर – 1/2

प्रश्न 3 (मध्यम). $(1/5)^3$ का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर – 125

प्रश्न 4 (कठिन). यदि $5 + 5^3 = 5$ हो, तो m का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर – 2

» ऋणात्मक घातांकों की परिभाषा

प्रश्न 5 (आसान). 2^3 का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर – 1/8

प्रश्न 6 (आसान). 6^1 को सरल कीजिए।

उत्तर – 1/6

प्रश्न 7 (मध्यम). सरल कीजिए: $(5/2)^3$

उत्तर – 8/125

प्रश्न 8 (कठिन). मान ज्ञात कीजिए: $(-3)^2$

उत्तर – 1/9

» नकारात्मक घातांकों का उपयोग करके दशमलव संख्याओं का विस्तारित रूप

प्रश्न 9 (आसान). 35.7 का विस्तारित रूप लिखें।

उत्तर – $3 \times 10^1 + 5 \times 10 + 7 \times 10^1$

प्रश्न 10 (आसान). 8.12 का विस्तारित रूप लिखें।

उत्तर – $8 \times 10 + 1 \times 10^1 + 2 \times 10^2$

प्रश्न 11 (मध्यम). 1025.63 का विस्तारित रूप लिखें।

उत्तर – $1 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 5 \times 10 + 6 \times 10^1 + 3 \times 10^2$

प्रश्न 12 (कठिन). 20.007 का विस्तारित रूप लिखें।

उत्तर – $2 \times 10^1 + 0 \times 10 + 0 \times 10^1 + 0 \times 10^2 + 7 \times 10^3$

» घातांकों के नियम (गुणा और भाग)

प्रश्न 13 (आसान). $2^5 \times 2^3$

उत्तर – 2^8

प्रश्न 14 (आसान). $5^6 \div 5^2$

उत्तर – 5^4

प्रश्न 15 (मध्यम). $p^3 \times p^{-10}$

उत्तर – p^{-7}

प्रश्न 16 (कठिन). $3^2 \times 3^{-5} \times 3^6$

उत्तर – 3^3

» घातांकों के अन्य नियम

प्रश्न 17 (आसान). मान ज्ञात कीजिए: $(3^2)^2$

उत्तर – 81

प्रश्न 18 (आसान). सरल कीजिए: $2^4 \times 5^4$

उत्तर – 10^4 या 10000

प्रश्न 19 (मध्यम). सरल कीजिए: $(7^3 \div 7^2)^5$

उत्तर – 7^5

प्रश्न 20 (कठिन). मान ज्ञात कीजिए: $(2^0 + 3^0 + 4^0)$

उत्तर – 3

» घातांकों के नियमों का अनुप्रयोग और समस्या-समाधान

प्रश्न 21 (आसान). मान ज्ञात कीजिए: 5^2

उत्तर – $1/25$

प्रश्न 22 (आसान). सरल कीजिए: $(-3) \times (-3)$

उत्तर – $(-3)^3$ या $-1/27$

प्रश्न 23 (मध्यम). सरल कीजिए: $(2^1 \times 4^1) \div 2^2$

उत्तर – $1/2$

प्रश्न 24 (कठिन). m का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए $5 + 5^3 = 5$

उत्तर – $m = 2$

» बहुत बड़ी और बहुत छोटी संख्याओं को मानक रूप में व्यक्त करना

प्रश्न 25 (आसान). 300,000,000 को मानक रूप में लिखिए।

उत्तर – 3×10^8

प्रश्न 26 (आसान). 0.000005 को मानक रूप में लिखिए।

उत्तर – 5×10^{-6}

प्रश्न 27 (मध्यम). 678,000,000,000 को मानक रूप में लिखिए।

उत्तर – 6.78×10^{11}

प्रश्न 28 (कठिन). 0.00000000432 को मानक रूप में लिखिए।

उत्तर – 4.32×10^{-9}

» मानक रूप से सामान्य रूप में बदलना

प्रश्न 29 (आसान). 5.8×10 को सामान्य रूप में बदलिए।

उत्तर – 58000

प्रश्न 30 (आसान). 2.1×10^3 को सामान्य रूप में बदलिए।

उत्तर – 0.0021

प्रश्न 31 (मध्यम). 1.0001×10 को सामान्य रूप में बदलिए।

उत्तर – 100010

प्रश्न 32 (कठिन). 3×10 को सामान्य रूप में बदलिए।

उत्तर – 0.00000003

» मानक रूप में संख्याओं की तुलना और उन पर संक्रियाएँ

प्रश्न 33 (आसान). तुलना करें: 5.6×10^3 और 1.2×10^4

उत्तर – 1.2×10^4

प्रश्न 34 (आसान). जोड़ें: $3 \times 10^2 + 2 \times 10^2$

उत्तर – 5×10^2

प्रश्न 35 (मध्यम). घटाएँ: $8.7 \times 10^5 - 2.3 \times 10^4$

उत्तर – 8.47×10^5

प्रश्न 36 (कठिन). तुलना करें: 4.1×10^{-8} और 7.9×10^{-7}

उत्तर – 7.9×10^{-7}

हल किए हुए उदाहरण (step-by-step)

उदाहरण 1. मान ज्ञात कीजिए: $(-4)^2$

- › पहला चरण: हमें दिया गया है $(-4)^2$ ।
- › दूसरा चरण: ऋणात्मक घातांक के नियम का उपयोग करेंगे: $a = 1/a$ ।
- › तीसरा चरण: तो, $(-4)^2 = 1/(-4)^2$ ।
- › चौथा चरण: अब $(-4)^2$ का मतलब है (-4) को (-4) से गुणा करना, जो 16 होता है।
- › पाँचवाँ चरण: इस प्रकार, हमें $1/16$ मिलता है।

उत्तर – $1/16$

उदाहरण 2. सरल कीजिए: $(4/3)^2$

- › पहला कदम, हम जानते हैं कि $a = 1/a$ होता है।
- › तो, $(4/3)^2$ को हम 1 बटा $(4/3)^2$ लिख सकते हैं।
- › अब, $(4/3)^2$ का मतलब है $(4/3)$ को $(4/3)$ से गुणा करना, जो होगा $16/9$ ।
- › तो, हमारा एक्सप्रेशन बन गया 1 बटा $(16/9)$ ।
- › जब 1 को किसी भिन्न से भाग देते हैं, तो भिन्न पलट जाती है।
- › तो, 1 बटा $(16/9)$ बराबर होगा $9/16$ के।
- › देखो, कितना आसान था!

उत्तर – $9/16$

उदाहरण 3. संख्या 1256.249 का विस्तारित रूप लिखिए।

- › सबसे पहले, दशमलव से पहले वाले अंकों का स्थानीय मान लिखेंगे: $1 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 6 \times 10^0$
- › अब दशमलव के बाद वाले अंकों पर आते हैं। पहला अंक 2 है, जो दसवें स्थान पर है, तो इसे लिखेंगे 2×10^{-1} ।
- › अगला अंक 4 है, जो सौवें स्थान पर है, तो इसे लिखेंगे 4×10^{-2} ।
- › आखिरी अंक 9 है, जो हजारवें स्थान पर है, तो इसे लिखेंगे 9×10^{-3} ।
- › अब सभी को एक साथ जोड़ देंगे।

$$\text{उत्तर} - 1 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 6 \times 10^0 + 2 \times 10^{-1} + 4 \times 10^{-2} + 9 \times 10^{-3}$$

उदाहरण 4. सरल कीजिए: $(-2)^{-3} \times (-2)^{-4}$

- › पहला कदम, हम देखेंगे कि यहाँ आधार (base) एक समान है, जो कि -2 है।
- › दूसरा कदम, क्योंकि यह गुणा है, तो हम गुणा का नियम लगाएंगे: $a^m \times a^n = a^{(m+n)}$ ।
- › तीसरा कदम, घातांकों को जोड़ेंगे: $-3 + (-4) = -3 - 4 = -7$ ।
- › चौथा कदम, अब हम इसे घातांक रूप में लिखेंगे: $(-2)^{-7}$ ।
- › पाँचवाँ कदम, अगर हमें इसे धनात्मक घातांक में बदलना हो, तो हम इसे $1/((-2)^7)$ लिख सकते हैं।

$$\text{उत्तर} - (-2)^{-7} \text{ या } 1/(-128)$$

उदाहरण 5. सरल कीजिए: $(5^2)^3 \times 3^6 \times (1/15)^6$

- › पहला पद: $(5^2)^3$ को हल करेंगे। यहाँ 'घात की घात' का नियम लगेगा, मतलब $5^{(2 \times 3)} = 5^6$ ।
- › दूसरा पद: अब हमारे पास $5^6 \times 3^6 \times (1/15)^6$ है। यहाँ हम देख सकते हैं कि 5^6 और 3^6 की घातें समान हैं। तो हम 'समान घातों का गुणा' नियम लगाएंगे: $a^m \times b^m = (ab)^m$ । यानी, $5^6 \times 3^6 = (5 \times 3)^6 = 15^6$ ।
- › तीसरा पद: अब यह $15^6 \times (1/15)^6$ बन गया। इसे हम $15^6 \times 1^6 / 15^6$ भी लिख सकते हैं। यहाँ 'समान घातों का भाग' नियम लगेगा, या हम सीधे देख सकते हैं कि 15^6 ऊपर और नीचे कट जाएगा।
- › चौथा पद: हम $(15 \times 1/15)^6$ भी कर सकते हैं, जिससे $(1)^6$ मिलेगा।
- › पाँचवाँ पद: किसी भी संख्या की घात 0 का नियम तो याद है ना? $a^0 = 1$ (जहाँ $a \neq 0$)। यहाँ $1^6 = 1$ ।

$$\text{उत्तर} - 1$$

उदाहरण 6. सरल कीजिए और उत्तर को धनात्मक घातांक के रूप में व्यक्त कीजिए: $(3 + 3^1) \times 3$

- › पहला स्टेप: ब्रैकेट के अंदर वाले हिस्से को हल करो। यहाँ आधार समान हैं और भाग हो रहा है, तो ' $a^m \div a^n = a^{(m-n)}$ ' का नियम लगेगा। तो, $3 \div 3^1$ हो जाएगा $3^{(-1 - 1)}$ ।
- › दूसरा स्टेप: $-1 - 1$ को हल करो। माइनस माइनस प्लस हो जाता है, तो यह होगा $-1 + 1 = 0$ । तो, ब्रैकेट वाला हिस्सा बन गया 3^0 ।
- › तीसरा स्टेप: अब इसे बाकी सवाल के साथ गुणा करो। हमारे पास है $3^0 \times 3$ । यहाँ भी आधार समान हैं और गुणा हो रहा है, तो ' $a^m \times a^n = a^{(m+n)}$ ' का नियम लगेगा।
- › चौथा स्टेप: घातों को जोड़ो। $0 + 1 = 1$ । तो, उत्तर आया 3^1 ।
- › पाँचवाँ स्टेप: सवाल में कहा गया है कि उत्तर को धनात्मक घातांक के रूप में व्यक्त करो। इसके लिए हम ' $a^{(-m)} = 1/a^m$ ' का नियम लगाएंगे। तो, 3^2 हो जाएगा $1/3^2$ ।

$$\text{उत्तर} - 1/3^2$$

उदाहरण 7. संख्या 0.00001275 को मानक रूप में व्यक्त कीजिए।

- › सबसे पहले, हम दशमलव बिंदु (decimal point) को ऐसी जगह ले जाएँगे जहाँ एक गैर-शून्य अंक (non-zero digit) हो और उसके बाद दशमलव हो, और वह संख्या 1 और 10 के बीच रहे।
- › यहाँ, संख्या है 0.00001275। दशमलव को 1 के बाद लाना होगा।
- › दशमलव को दाहिनी ओर 5 स्थान खिसकाते हैं: 1.275 बन जाएगा।
- › क्योंकि हमने दशमलव को 5 स्थान दाहिनी ओर खिसकाया है, इसलिए 10 की घात -5 होगी (क्योंकि यह एक छोटी संख्या थी)।
- › तो, मानक रूप होगा 1.275×10^{-5} ।

उत्तर – $1.275 \times 10^{(-5)}$ **उदाहरण 8. 3.61492×10 को सामान्य रूप में बदलिए।**

- › यहाँ 10 की घात 6 है, जो एक धनात्मक संख्या है।
- › तो हम दशमलव को दाईं ओर 6 स्थान खिसकाएँगे।
- › संख्या है 3.61492
- › एक-एक करके दशमलव को खिसकाते हैं: 36.1492 (1 स्थान)
- › 361.492 (2 स्थान)
- › 3614.92 (3 स्थान)
- › 36149.2 (4 स्थान)
- › 361492. (5 स्थान)
- › अब एक स्थान और खिसकाने के लिए एक शून्य लगाएँगे: 3614920 (6 स्थान)

उत्तर – 3614920**उदाहरण 9. तुलना करें: 2.5×10^7 और 3.1×10^6**

- › सबसे पहले दोनों संख्याओं की घातों की तुलना करें। यहाँ 10 की घातें 7 और 6 हैं।
- › क्योंकि $7 > 6$ है, तो 10^7 वाली संख्या बड़ी होगी।
- › इसलिए, $2.5 \times 10^7 > 3.1 \times 10^6$ ।

उत्तर – $2.5 \times 10^7 > 3.1 \times 10^6$ **बोर्ड परीक्षा के लिए खास**

- ऋणात्मक घातांक वाले प्रश्नों को हल करते समय घात को धनात्मक में बदलना मत भूलना – यह सबसे आम गलती है और बोर्ड परीक्षा में इसके नंबर कट सकते हैं।
- यह नियम बोर्ड परीक्षाओं के लिए बहुत महत्वपूर्ण है क्योंकि अक्सर ऋणात्मक घातांक वाले सरल करने के प्रश्न पूछे जाते हैं।
- दशमलव के बाद के अंकों के लिए सही ऋणात्मक घात का उपयोग करना न भूलें, यह बोर्ड परीक्षाओं में अक्सर पूछा जाता है।
- इन नियमों पर आधारित प्रश्न बोर्ड परीक्षा में अक्सर आते हैं। हर नियम को अच्छे से याद कर लो, खासकर ऋणात्मक घातांकों वाले प्रश्नों पर ज्यादा ध्यान देना।
- घातांकों के ये सभी नियम बोर्ड परीक्षा में बहुत महत्वपूर्ण हैं। अक्सर सीधे सूत्र पर आधारित प्रश्न या बड़े व्यंजकों को सरल करने वाले प्रश्न पूछे जाते हैं। इन नियमों को अच्छे से याद कर लें और ज्यादा से ज्यादा प्रश्नों का अभ्यास करें।
- घातांकों के नियमों पर आधारित प्रश्न बोर्ड परीक्षा में अक्सर 3-5 अंकों के लिए आते हैं, खासकर 'm' का मान ज्ञात करने वाले या बड़े व्यंजकों को सरल करने वाले सवाल। हर स्टेप को ध्यान से लिखना और ऋणात्मक घातों को सही तरीके से बदलना याद रखना।
- बोर्ड परीक्षा में अक्सर बड़ी या छोटी संख्याओं को मानक रूप में बदलने या मानक रूप से सामान्य रूप में बदलने के सवाल आते हैं। दशमलव की सही स्थिति और 10 की घात का चिह्न (धनात्मक या ऋणात्मक) ध्यान से देखना, यहीं बच्चे सबसे ज्यादा गलतियाँ करते हैं।
- यह विषय बोर्ड परीक्षा के लिए बहुत महत्वपूर्ण है। इसमें छोटी-छोटी गणना की गलतियाँ हो सकती हैं, इसलिए दशमलव के स्थान को ध्यान से गिनना और लिखना सीखो।
- यह विषय विज्ञान के Numerical problems हल करते समय बहुत काम आता है, इसलिए इसे अच्छे से समझना बहुत जरूरी है।

एक नज़र में रिवीज़न

- › ऋणात्मक घातांक: $a = 1/a$, संख्या का गुणात्मक प्रतिलोम
- › $a = 1/a$; ऋणात्मक घात = संख्या का गुणात्मक प्रतिलोम
- › दशमलव संख्याओं का विस्तारित रूप, ऋणात्मक घातांकों का उपयोग करके।
- › गुणा में घातें जुड़ती हैं, भाग में घटती हैं।
- › $(a^m)^n = a^{mn}$, $a^m b^m = (ab)^m$, $a^0 = 1$
- › नियमों का प्रयोग कर घातीय व्यंजकों को सरल करना; ऋणात्मक घात = $1/a^m$
- › मानक रूप: $N \times 10^m$ ($1 \leq N < 10$), m = पूर्णांक।
- › मानक से सामान्य: धनात्मक घात = दशमलव दाईं ओर, ऋणात्मक घात = बाईं ओर।
- › मानक रूप: पहले घात देखें, फिर दशमलव भाग; जोड़-घटाव के लिए घात समान करें।